

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală, Braşov, februarie 2010,
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Mulţimea A are ca elemente toate tripletele de numere reale de forma $(\sqrt{m}, \sqrt{n}, \sqrt{p})$, unde $m, n, p \in \mathbf{N}$, $1 \leq m < n < p \leq 100$. Fie B o submulţime a lui A care conţine numai tripletele formate din numere raţionale.

- a) Câte triplete de forma $(\sqrt{m}, \sqrt{n}, 5)$ sunt în B ?
- b) Câte elemente are mulţimea B ?
- c) Câte triunghiuri dreptunghice având lungimile laturilor $(\sqrt{m}, \sqrt{n}, \sqrt{p})$ se pot forma din elementele mulţimii B ?

prof.dr. Ioana Maşca

SUBIECTUL II

Trapezul $ABCD$ şi triunghiul ABE sunt situate în plane diferite. Ştiind că $AB \parallel CD$, $AC \cap BD = \{O\}$, iar G este centrul de greutate al triunghiului ABE , să se demonstreze că dreapta OG este paralelă cu planul (BCE) dacă şi numai dacă $AB = 2 \cdot CD$.

prof. Adriana Duţă

SUBIECTUL III

Determinaţi soluţiile naturale ale ecuaţiei:

$$6\sqrt{x-2} + 8\sqrt{y-3} + 10\sqrt{z-4} = x + y + z + 41.$$

G.M. 2/2009

SUBIECTUL IV

$ABCD A' B' C' D'$ este un paralelipiped dreptunghic în care lungimile segmentelor AB , BC , AC sunt numere pare consecutive (în această ordine), $AA' = 16\text{cm}$, $BE \perp AC$, $E \in (AC)$. Aflaţi: a) dacă paralelipipedul este un acvariu plin cu apă, este posibil să introducem în el un termometru de 18cm astfel încât acesta să fie în întregime în lichid? Justificaţi răspunsul.

- b) măsura unghiului format de planele $(BC'E)$ şi $(A'AC)$.
- c) distanţa de la punctul B' la planul $(BC'E)$. prof. Dorina Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect are 7p. Timp de lucru 3 ore.